1M 高１数学　第０講座　演習問題

2025年　数学　小樽商科大学　商（昼）〈仙台試験場〉　２月25日　大問３

1．O，T，A，R，Uの５文字をすべて用いて１列に並べるとき，母音O，A，Uがこの順序である並べ方は全部で　(ア)　通りである．ただし，O，A，Uは隣り合わなくてもこの順に並んでいればよいものとする．

2019年　数学　甲南大学　理工・知能情報・フロンティアサイエンス（３教科型）〈前期日程〉　２月１日　大問３

2．以下の問いに答えよ．なお，文字列中の文字の順番は文字列の左端から数えるものとする．

(1)　AABCDの５文字を１列に並べるとき，その並べ方は何通りあるか．

(2)　AAABCDEFGの９文字を１列に並べるとき，３番目にAが現れない並べ方は何通りあるか．

2025年　数学　高知工科大学　理工〈A方式〉，システム工〈A・B方式〉，情報〈A・B方式〉，経済・マネジメント〈A・B・C方式〉，データ&イノベーション〈A・B方式〉　２月25日　大問１

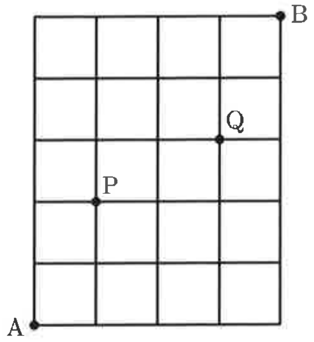
3．６人を２つの部屋A，Bに入れる方法は全部で何通りあるか．ただし，６人全員が同じ部屋に入ってもよいものとする．

2025 年　数学　日本女子大学　理，家政，建築デザイン，食科　２月３日　大問１

4. A，B，C，D，E，F，G，H，I，Ｊの 10 枚のカードから７枚のカードを選ぶとき，ＡとＢのうち少なくとも１枚を含む選び方は何通りあるか求めよ.

2024 年　数学　鳥取大学　工・農（生命環境農）・医（医・生命科学・保健〈検査技術科学〉）・地域（地域〈人間形成〉）
２月25日　大問１

5.



図のような格子状の道路において，最短距離でＡ点からＢ点まで行く道順を考える．以下の問いに答えよ.

(1)　道順の総数は何通りあるか.

(2)　Ｐ点を通過する道順は何通りあるか.

(3)　Ｐ点もＱ点も通過しない道順は何通りあるか.

6. あるピザ屋では，ピザ１枚に，サラミ，ベーコン，エビ，コーン，ナスの５種類の具材をトッピングとしてのせることができる．このとき，以下の各問いに答えなさい．

(1)　ピザ１枚につきトッピングを１種類ずつのせた５種類のピザを作る．それらをメニューに上から順に書くとき，メニューへの書き方は何通りあるか求めなさい．

(2)　ピザ１枚ごとに異なる２種類のトッピングをのせるとき，ピザは全部で何種類作れるか求めなさい．

(3)　異なる４種類のトッピングをのせたピザを，２種類のピザ生地を使って作ったとき，ピザは全部で何種類作れるか求めなさい．

(4)　円形のピザの右半分，左半分に異なるトッピングをのせたハーフ&ハーフのピザを作る．左右にそれぞれ２種類のトッピングをのせるが，トッピングの組み合わせが左右で同じにならないようにしたとき，ピザは全部で何種類作れるか求めなさい．

(5)　メニューには，(1)で作ったピザに加えて，(4)で作ったピザを全種類書いた．このメニューのなかから無作為に１枚を選んだ時，トッピングとしてエビが含まれていない確率を求めなさい．

7. 以下のそれぞれの場合，x，y，z の整数解の組の総数を求めよ．

(a)　方程式 $x+y+z=20$ を満たす０以上の整数 x，y，z の組

(b)　方程式 $x+y+z=20$ を満たす１以上の整数 x，y，z の組

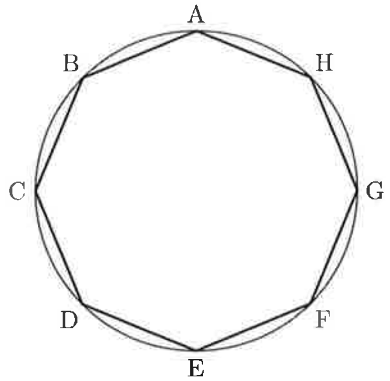
8. ８個の果物を３個の箱に分けたい．次のように分ける方法は，それぞれ何通りあるか求めよ．

(1)　同じ種類の果物８個を区別のない３個の箱に分ける．ただし，果物が１個も入っていない箱ができてもよいものとする．

(2)　同じ種類の果物８個をＡ，Ｂ，Ｃの３個の箱に分ける．ただし，果物が１個も入っていない箱ができてもよいものとする．

(3)　異なる種類の果物８個をＡ，Ｂ，Ｃの３個の箱に分ける．ただし，どの箱にも少なくとも１個の果物は入れるものとする．

9.



正八角形ABCDEFGHを K とする．
K の8個の頂点は，すべて同一円周上にある．

(1)　K の8個の頂点のうち，相異なる3個を選んで結び，三角形を作る．作られた三角形を T とする．

(a)　相異なる3個の頂点の選び方は　アイ　通りである．

(b)　T が二等辺三角形になるような3個の頂点の選び方は　ウエ　通りである．

(c)　T が線分AEを斜辺とする直角三角形になるような3個の頂点の選び方は　オ　通りである．

(d)　T が直角三角形になるような3個の頂点の選び方は　カキ　通りである．

(e)　T が二等辺三角形ではなく，かつ，T が直角三角形でもないような3個の頂点の選び方は　クケ　通りである．

(2)　K の8個の頂点のうち，相異なる3点を選ぶ操作を2回行う．ここで，1回目に選んだ頂点を2回目に再び選んでもよいものとする．例えば，1回目にAとBとCを選んだとき，2回目にAとBとDを選んでもよいし，AとBとCを選んでもよい．

1回目の操作で選んだ3点を頂点とする三角形を T_1 とし，2回目の操作で選んだ3点を頂点とする三角形を T_2 とする．

T_1 と T_2 が共有する頂点の個数を n とする．例えば，T_1 の頂点がAとBとCで，T_2 の頂点がCとDとEである場合は，$n=1$ となる．

(a)　$n=0$ となる場合は　コサシ　通りある．

(b)　$n=2$ となる場合は　スセソ　通りある．

(c)　T_1 の頂点と T_2 の頂点からなる集合が {A, B, C, D, E, F} であるとき，$n=0$ となり，かつ，T_1 の辺と T_2 の辺が交わらないような場合は　タ　通りある．

(d)　$n=0$ となり，かつ，T_1 の辺と T_2 の辺が交わらないような場合は　チツテ　通りある．

1M 高1数学　第0講座　演習問題 解答

2025年　数学　小樽商科大学　商（昼）〈仙台試験場〉　2月25日　大問3

1. O，T，A，R，Uの5文字をすべて用いて1列に並べるとき，母音O，A，Uがこの順序である並べ方は全部で　(ア)　通りである．ただし，O，A，Uは隣り合わなくてもこの順に並んでいればよいものとする．

［解答］ T1個，R1個，○3個を1列に並べて，3個の○に左から順にO，A，Uとすればよい．

よって，並べ方は $\frac{5!}{3!}=5\cdot4=\mathbf{20}$ 通り

2019年　数学　甲南大学　理工・知能情報・フロンティアサイエンス（3教科型）〈前期日程〉　2月1日　大問3

2. 以下の問いに答えよ．なお，文字列中の文字の順番は文字列の左端から数えるものとする．
(1) AABCDの5文字を1列に並べるとき，その並べ方は何通りあるか．
(2) AAABCDEFGの9文字を1列に並べるとき，3番目にAが現れない並べ方は何通りあるか．

［解答］ (1) 5文字を並べるが，このうち2文字は区別できないので，求める順列は

$$\frac{5!}{2!}=5\cdot4\cdot3=60 \text{（通り）}$$

(2) 9文字の並べ方は全部で

$$\frac{9!}{3!}=9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4 \text{（通り）}$$

3番目がAである並べ方は，A2文字を含む8文字の並べ方を数えればよいので

$$\frac{8!}{2!}=8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3 \text{（通り）}$$

よって，求める場合の数は

$$9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4-8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3$$

$$=(9-3)\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4$$

$$=40320 \text{（通り）}$$

2025年　数学　高知工科大学　理工〈A方式〉，システム工〈A・B方式〉，情報〈A・B方式〉，経済・マネジメント〈A・B・C方式〉，データ&イノベーション〈A・B方式〉　2月25日　大問1

3. 6人を2つの部屋A，Bに入れる方法は全部で何通りあるか．ただし，6人全員が同じ部屋に入ってもよいものとする．

［解答］ 1人の入り方は2通りずつあるから，6人では $2^6=\mathbf{64}$ 通り

2025年　数学　日本女子大学　理，家政，建築デザイン，食科　２月３日　大問１

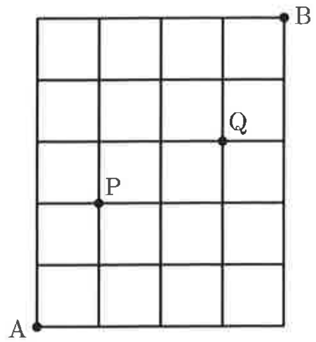
4.　A，B，C，D，E，F，G，H，I，Jの10枚のカードから７枚のカードを選ぶとき，ＡとＢのうち少なくとも１枚を含む選び方は何通りあるか求めよ．

［解答］　10枚のカードから７枚を選ぶ組み合わせは，${}_{10}\mathrm{C}_7 = {}_{10}\mathrm{C}_3 = \frac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1} = 120$ 通り．

ＡとＢを両方含まない選び方は，C，D，E，F，G，H，I，Jの８枚から７枚を選ぶことなので，${}_8\mathrm{C}_7 = {}_8\mathrm{C}_1 = 8$ 通り．よって，ＡとＢのうち少なくとも１枚を含む選び方は，$120 - 8 = \mathbf{112}$ 通りある．

2024年　数学　鳥取大学　工・農（生命環境農）・医（医・生命科学・保健〈検査技術科学〉）・地域（地域〈人間形成〉）　２月25日　大問１

5.



図のような格子状の道路において，最短距離でＡ点からＢ点まで行く道順を考える．以下の問いに答えよ．

(1)　道順の総数は何通りあるか．

(2)　Ｐ点を通過する道順は何通りあるか．

(3)　Ｐ点もＱ点も通過しない道順は何通りあるか．

［解答］（1）　右へ１区画進むことを →，上へ１区画進むことを ↑ で表すと求める道順の総数は → ４個と ↑ ５個を並べる順列の総数に等しい．したがって求める道順の総数は

$$\frac{9!}{4!\,5!} = \mathbf{126} \text{（通り）}$$

(2)　ＡからＰまでの道順は $\frac{3!}{1!2!} = 3$（通り）

ＰからＢまでの道順は $\frac{6!}{3!3!} = 20$（通り）

したがって求める道順は $3\cdot20 = \mathbf{60}$（通り）

(3)　ＡからＱを通りＢまで行く道順は

$$\frac{6!}{3!\,3!}\cdot\frac{3!}{1!\,2!} = 60 \text{（通り）}$$

ＡからＰかつＱを通りＢまで行く道順は

$$\frac{3!}{1!\,2!}\cdot\frac{3!}{2!\,1!}\cdot\frac{3!}{1!\,2!} = \mathbf{27} \text{（通り）}$$

したがって求める道順は

$$126 - (60 + 60 - 27) = \mathbf{33} \text{（通り）}$$

6. あるピザ屋では，ピザ１枚に，サラミ，ベーコン，エビ，コーン，ナスの５種類の具材をトッピングとしてのせることができる．このとき，以下の各問いに答えなさい．

(1)　ピザ１枚につきトッピングを１種類ずつのせた５種類のピザを作る．それらをメニューに上から順に書くとき，メニューへの書き方は何通りあるか求めなさい．

(2)　ピザ１枚ごとに異なる２種類のトッピングをのせるとき，ピザは全部で何種類作れるか求めなさい．

(3)　異なる４種類のトッピングをのせたピザを，２種類のピザ生地を使って作ったとき，ピザは全部で何種類作れるか求めなさい．

(4)　円形のピザの右半分，左半分に異なるトッピングをのせたハーフ&ハーフのピザを作る．左右にそれぞれ２種類のトッピングをのせるが，トッピングの組み合わせが左右で同じにならないようにしたとき，ピザは全部で何種類作れるか求めなさい．

(5)　メニューには，(1)で作ったピザに加えて，(4)で作ったピザを全種類書いた．このメニューのなかから無作為に１枚を選んだ時，トッピングとしてエビが含まれていない確率を求めなさい．

[解答]

(1)　５種類の順列だから

${}_5\mathrm{P}_5 = 5! = 5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1 = 120$ （通り）

(2)　５種類から２種類を選ぶ組合せだから

${}_5\mathrm{C}_2 = \dfrac{5\cdot4}{2\cdot1} = 10$ （種類）

(3)　５種類から４種類を選ぶ組合せのそれぞれに，２種類のピザ生地の選び方があるから

${}_5\mathrm{C}_4 \times 2 = {}_5\mathrm{C}_1 \times 2 = 10$ （種類）

(4)　右半分のトッピングの選び方が ${}_5\mathrm{C}_2 = \frac{5\cdot4}{2\cdot1} = 10$ 通りに対して，左半分は ${}_3\mathrm{C}_2 = \frac{3\cdot2}{2\cdot1} = 3$ 通りあり，回転したものが同一となるものがあるから，

$\dfrac{10\times3}{2} = 15$ （種類）

(5)　(1)のピザが 5 種類，(4)のピザが 15 種類，計 20 種類のうち，エビが含まれていないものは，(1)で 4 種類，(4)では最初から 5 種類の具材からエビを除いた 4 種類の具材から条件に合うピザを作るとエビが含まれていないものだけができる．そのために右半分のトッピングの選び方だけ決めれば，残り 2 種類は自動的に左半分のトッピングになるので

$\frac{1}{2}\times {}_4\mathrm{C}_2=\frac{1}{2}\cdot\frac{4\cdot3}{2\cdot1}=3$ 種類ある．したがって，求める確率は，

$$\frac{4+3}{20}=\frac{7}{20}$$

[別解]　エビが含まれているものは，(1)で 1 種類，(4)では最初からピザの左右どちらの半分でもよいが，トッピングにエビは必ず使うとして，エビとペアを組むトッピングに 4 通り，そのそれぞれに対し残りの半分のピザのトッピングが ${}_3\mathrm{C}_2=3$ 通りあるから，

$4\times3=12$（種類）できる．

求める確率は余事象の確率を使って

$$1-\frac{1+12}{20}=\frac{7}{20}$$

2025 年　数学　兵庫医科大学　医　1 月 29 日　大問 1

7.　以下のそれぞれの場合，x，y，z の整数解の組の総数を求めよ．

(a)　方程式 $x+y+z=20$ を満たす 0 以上の整数 x，y，z の組

(b)　方程式 $x+y+z=20$ を満たす 1 以上の整数 x，y，z の組

[解答]　(a)　20 個の○と 2 本の仕切りを一列に並べたとき，仕切りより左にある○の個数を x，仕切りで挟まれた○の個数を y，仕切りより右にある○の個数を z と対応させる．

よって，求める組の総数は，

$$\frac{(20+2)!}{20!\,2!}=\frac{22\cdot21}{2\cdot1}=\mathbf{231}\ \text{（通り）}$$

(b)　$x-1=x'$，$y-1=y'$，$z-1=z'$とおくと，$x+y+z=20$かつ$x\geqq1$，$y\geqq1$，$z\geqq1$ より，

$$\begin{cases}x'+y'+z'=17\\ x'\geqq0,\ y'\geqq0,\ z'\geqq0\end{cases}$$

よって，(1)と同様に考えて，

$$\frac{(17+2)!}{17!\,2!}=\frac{19\cdot18}{2\cdot1}=\mathbf{171}\ \text{（通り）}$$

[別解]　一列に並べた 20 個の○の隙間 19 か所から，仕切りを入れる 2 か所を選ぶことを考える．仕切りより左にある○の個数を x，仕切りで挟まれた○の個数を y，仕切りより右にある○の個数を z と対応させて，

$${}_{19}\mathrm{C}_2=171\ \text{（通り）}$$

8.　８個の果物を３個の箱に分けたい．次のように分ける方法は，それぞれ何通りあるか求めよ．

(1)　同じ種類の果物８個を区別のない３個の箱に分ける．ただし，果物が１個も入っていない箱ができてもよいものとする．

(2)　同じ種類の果物８個をA，B，Cの３個の箱に分ける．ただし，果物が１個も入っていない箱ができてもよいものとする．

(3)　異なる種類の果物８個をA，B，Cの３個の箱に分ける．ただし，どの箱にも少なくとも１個の果物は入れるものとする．

[解答]

(1)　和が８となる０以上８以下の整数の組み合わせを考えると，

$(0,\ 0,\ 8),\ (0,\ 1,\ 7),\ (0,\ 2,\ 6), (0,\ 3,\ 5),\ (0,\ 4,\ 4),$

$(1,\ 1,\ 6),\ (1,\ 2,\ 5),\ (1,\ 3,\ 4), (2,\ 2,\ 4),\ (2,\ 3,\ 3)$

である．よって，求める分け方は，10 通り．

(2)　箱A，B，Cに入れる果物の個数を a，b，c 個として，$a+b+c=8$ を満たす０以上の整数の組 $(a,\ b,\ c)$ の総数を考える．これは，８個の〇と２本の仕切りを一列に並べたときの並べ方に対応させることができる．例えば，

〇〇｜〇〇〇〇〇｜〇 $\Leftrightarrow (a,\ b,\ c)=(2,\ 5,\ 1)$

である．よって，この並べ方の総数は，10 個のうち８個，２個の同じものを含む順列と考えて，

$\dfrac{10!}{2!\,8!}=45$ 通り

(3)　８個の異なる果物を，空箱があってもよい分け方で箱A，B，Cに分ける方法は，

$3^8=6561$ 通り

ある．このうち，空箱がある分け方は，

(i) 空箱が２個あるとき

３通り

(ii) 空箱がちょうど１個あるとき

空箱とならない２箱の選び方は，${}_3\mathrm{C}_2=3$ 通りあって，この２箱に８個の果物を空箱ができないように分ける方法は，$2^8-2=254$ 通りより，

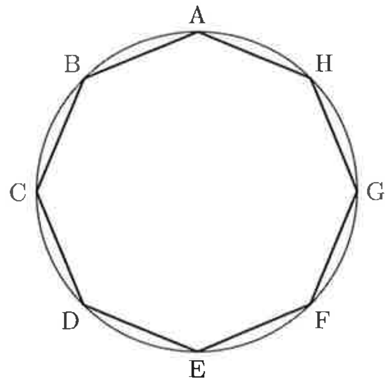
3×254

$=762$ 通り

の２つの場合がある．したがって求める分け方は，

$6561-(3+762)=5796$ 通り

9.



正八角形ABCDEFGHを K とする．
K の８個の頂点は，すべて同一円周上にある．

(1)　K の８個の頂点のうち，相異なる３個を選んで結び，三角形を作る．作られた三角形を T とする．

(a)　相異なる３個の頂点の選び方は　アイ　通りである．

(b)　T が二等辺三角形になるような３個の頂点の選び方は　ウエ　通りである．

(c)　T が線分AEを斜辺とする直角三角形になるような３個の頂点の選び方は　オ　通りである．

(d)　T が直角三角形になるような３個の頂点の選び方は　カキ　通りである．

(e)　T が二等辺三角形ではなく，かつ，T が直角三角形でもないような３個の頂点の選び方は　クケ　通りである．

(2)　K の８個の頂点のうち，相異なる３点を選ぶ操作を２回行う．ここで，１回目に選んだ頂点を２回目に再び選んでもよいものとする．例えば，１回目にＡとＢとＣを選んだとき，２回目にＡとＢとＤを選んでもよいし，ＡとＢとＣを選んでもよい．
１回目の操作で選んだ３点を頂点とする三角形を T_1 とし，２回目の操作で選んだ３点を頂点とする三角形を T_2 とする．
T_1 と T_2 が共有する頂点の個数を n とする．例えば，T_1 の頂点がＡとＢとＣで，T_2 の頂点がＣとＤとＥである場合は，$n=1$ となる．

(a)　$n=0$ となる場合は　コサシ　通りある．

(b)　$n=2$ となる場合は　スセソ　通りある．

(c)　T_1 の頂点と T_2 の頂点からなる集合が {A, B, C, D, E, F} であるとき，$n=0$ となり，かつ，T_1 の辺と T_2 の辺が交わらないような場合は　タ　通りある．

(d)　$n=0$ となり，かつ，T_1 の辺と T_2 の辺が交わらないような場合は　チツテ　通りある．

[解答]　(1)　(a)　相異なる３個の頂点の選び方は，

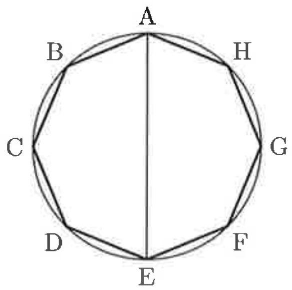
$_8C_3 = \mathbf{56}$ 通り

(b) A を頂点とする二等辺三角形は

△ABH, △ACG, △ADF

の３通りである．他の頂点が
B, C, D, ⋯, H

の場合も同様に３通りずつあるから，
$3 \times 8 = \mathbf{24}$ 通り



(c) 線分 AE を斜辺と直角三角形は，残りの頂点を

B, C, D, F, G, H

から１つを選ぶことで決まるので，
６通り

(d) 直角三角形の斜辺の選び方は

AE, BF, CG, DH

の４通りであるから
$6 \times 4 = \mathbf{24}$ 通り

(e) 「T が二等辺三角形ではなく，かつ，T が直角三角形でもない」

の否定は，
「T が二等辺三角形，または，T が直角三角形」である．
T が直角二等辺三角形となるとき，斜辺が AE の場合は
△ACE と △AGE

の２通りである．
斜辺が BF，CG，DH の場合も同様に２通りずつあるから，
$2 \times 4 = 8$ （通り）

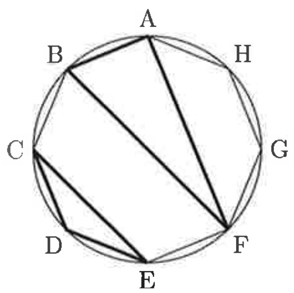
よって，「T が二等辺三角形，または，T が直角三角形」となるのは

$24 + 24 - 8 = 40$ （通り）

したがって，「T が二等辺三角形ではなく，かつ，T が直角三角形でもない」となるような３つの頂点の選び方は

$56 - 40 = \mathbf{16}$ （通り）

(2)



(a) $n = 0$ となるのは，

$${}_8\mathrm{C}_3 \times {}_5\mathrm{C}_3 = 56 \times 10$$

$$= \mathbf{560} \text{ （通り）}$$

(b) $n = 2$ となるのは

$${}_8\mathrm{C}_3 \times ({}_3\mathrm{C}_2 \cdot {}_5\mathrm{C}_1) = 56 \times 15$$

$$= \mathbf{840} \text{ （通り）}$$

(c) $n = 0$ かつ T_1 の辺と T_2 の辺が交わらない場合の T_1 と T_2 の頂点の選び方は

T_1	T_2
{A, B, C},	{D, E, F}
{B, C, D},	{E, F, A}
{C, D, E},	{F, A, B}
{D, E, F},	{A, B, C}
{E, F, A},	{B, C, D}
{F, A, B},	{C, D, E}

の６通り

(d) T_1 の頂点と T_2 の頂点からなる集合は

$${}_8\mathrm{C}_6 = 28 \text{ （通り）}$$

ある．このそれぞれに対して，$n = 0$ かつ T_1 の辺と T_2 の辺が交わらない場合は６通りずつあるから，

$6 \times 28 = \mathbf{168}$ （通り）

数学I　集合と命題
第1回　集合

1　集合と要素

範囲がはっきりしたものの集まりを**集合**といい，集合に含まれている1つ1つのものをその集合の**要素**という．
x が集合 A の要素であるとき，x は集合に**属する**といい，$x \in A$,
x が集合 B の要素でないとき，x は集合 B に**属さない**といい，$x \notin B$ とかく．

2　集合の表し方

集合を表すには，次の2つの方法がある．

(1) **要素を1つ1つかき並べる**
(2) **要素のみたす条件を示す**

要素の個数が多かったり，無限に要素がある場合は，要素を全部かき並べるわけにはいかないので，……で省略したり，条件による表示をすることが多い．

(例) 1けたの奇数の全体集合

(1) $\{1,3,5,7,9\}$ **…要素を列挙**
(2) $\{x|1 \leq x \leq 9,\ x$ は奇数$\}$ **…条件を表示**

3　式の値の集合

条件による表示を発展させて，式 $f(x)$ の値の集合を

$\{f(x)|x$ についての条件$\}$

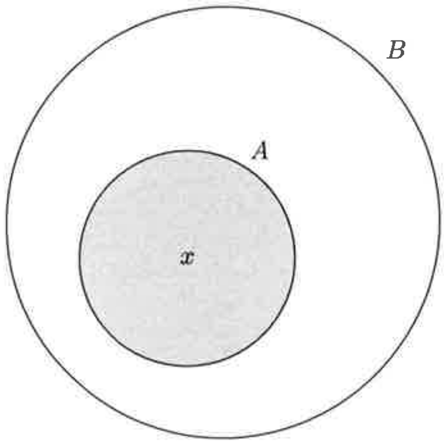
の形で表すことも多い．これは x が $|$ の右側に書かれた条件をみたすような値をとるとき，それに対応する $f(x)$ の値の集合を表すものである．

(例) 1から99までの奇数全体の集合

$\{2n-1|1 \leq n \leq 50,\ n$ は整数$\}$

4　集合の包含関係

2つの集合 A, B について，A のどの要素も B の要素であるとき，すなわち「$x \in A$ ならば $x \in B$」であるとき，A は B の**部分集合**であるといい，$A \subset B$ とかき表す．このとき，A は B に**含まれる**という．
特に，「$A \subset B$ かつ $B \subset A$」であるとき，A と B の要素は一致する．このとき，A と B は**等しい**といい，$A = B$ とかき表す．また，$A \subset B$ かつ $A \neq B$ であるとき，はの**真部分集合**であるという．
※ A 自身も A の部分集合である．なぜなら，部分集合の定義「$x \in A$ ならば $x \in A$」が成り立っているからである．



5　共通部分と和集合

２つの集合 A，B のどちらにも属する要素全体の集合を A と B の**共通部分**といい，$A \cap B$ で表す．

すなわち $A \cap B = \{x | x \in A$ かつ $x \in B\}$

集合 A，B の少なくとも一方に属する要素全体の集合を A と B の**和集合**といい，$A \cup B$ で表す．

すなわち $A \cup B = \{x | x \in A$ または $x \in B\}$

$\cap$，$\cup$ について，次の性質が成り立つ．

(1) **交換法則**

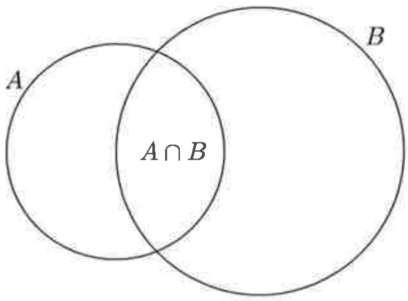
$A \cap B = B \cap A$

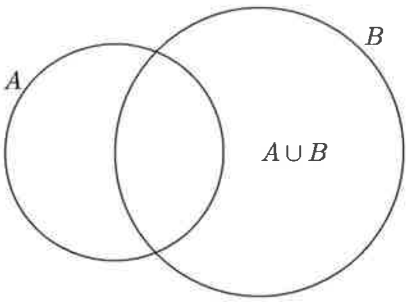
$A \cup B = B \cup A$

(2) **結合法則**

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$





6　全体集合と空集合

集合を考えるときには，実数，平面上の点など，考える対象の範囲を定めたうえで取り扱うことが多い．この考察の対象となるものの全体の集合を**全体集合**という．
全体集合をで表すと，U は，考えている対象の**すべての要素** x **について** $x \in U$ という性質をもつ集合といえる．一方，要素を 1 つももたない集合を**空集合**といい，記号 ϕ で表す．※空集合はすべての集合の部分集合であると考える．

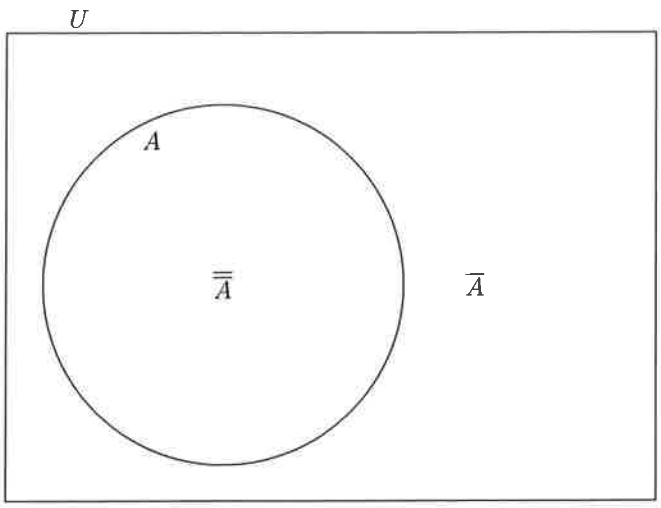
7　補集合

全体集合 U の中で集合 A を考えるとき，A に属さない要素の集合を A の**補集合**といい，$\overline{A}$ で表す．

$\overline{A} = \{x | x \in U$ かつ $x \notin A\}$

補集合について，次のことが成り立つ．

(1) $A \cap \overline{A} = \phi$，$A \cup \overline{A} = U$
(2) $\overline{A}$ **の補集合** $\overline{\overline{A}}$ **について** $\overline{\overline{A}} = A$
(3) $A \subset B$ **ならば** $\overline{A} \supset \overline{B}$
(4) **ド・モルガンの法則**
　1 $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$
　2 $\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$



例題

$\boxed{1}$ 7 の倍数全体の集合を A とする．次の$\boxed{}$の中に，$\in$ または $\notin$ のいずれか適するものをかき入れよ．

(1) $2\boxed{}A$　　(2)$21\boxed{}A$　　(3)$38\boxed{}A$

$\boxed{2}$ 次の集合を，要素を並べてかき表せ．

(1)6 以下の自然数全体の集合
(2)16 の正の約数全体の集合
(3)$\{x| -4 < x < 3$，x は整数 $\}$
(4)$\{3n-1|n=1,2,3,4,\cdots\cdots\}$

$\boxed{3}$ 次の集合 A，B に包含関係があれば，それをいえ．

(1)$A=\{x|x$ は 5 より小さい自然数 $\}$，$B=\{0,1,2,3,4\}$
(2)$A=\{1,3,5,7,9\}$，$B=\{n|n$ は奇数，$0<n<10\}$
(3)$A=\{n|n$ は 12 の正の約数 $\}$，$B=\{x|x^2+x-6=0\}$

$\boxed{4}$ 次の 2 つの集合 A，B について $A\cap B$ と $A\cup B$ を求めよ．

(1)$A=\{-2,-1,0,1,2\}$，$B=\{-1,2,5,7\}$
(2)$A=\{n|n$ は 12 の正の約数 $\}$，$B=\{n|n$ は 18 の正の約数 $\}$

$\boxed{5}$ $U=\{x|0<x<10$，x は整数 $\}$ を全体集合とする．

(1)$P=\{x|x$ は 3 の倍数 $\}$ の補集合 $\overline{P}$ を求めよ．
(2)$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,9\}$，$A\cap B=\{2\}$，$\overline{A}\cap B=\{4,6,8\}$ のとき，$A\cup B$，A，B を求めよ．

$\boxed{6}$ 実数全体を全体集合とし，その部分集合 A，B を

$$A=\{x|x\leq -1, 3\leq x\},\ B=\{x|x>2\}$$

とするとき，次の集合を求めよ．

(1)$A\cap B$　　(2)$A\cup B$　　(3)$\overline{A}\cap B$

類題

$\boxed{1}$ $M=\{x|0<x<9,\ x\text{ は素数}\}$ とする．次の集合を，要素をかき並べて表せ．

(1)$\{2x-1|x\in M\}$　　(2)$\{x^2+3|x\in M\}$

$\boxed{2}$ 次の集合 A，B は集合 $U=\{x|x\text{ は 10 以下の自然数}\}$ の部分集合である．A と B に包含関係があれば，それをいえ．

(1)$A=\{x|x\text{ は奇数}\}$，$B=\{x|x\text{ は素数}\}$
(2)$A=\{2m+1|m\in U\}$，$B=\{2m-1|m\in U\}$
(3)$A=\{\sqrt{x}|x\in U\}$，$B=\{1,2,3\}$

$\boxed{3}$ 1 から 12 までの自然数全体の集合を全体集合とし，2 の倍数の集合を A，3 の倍数全体の集合を B とする．このとき，次の集合を求めよ．

(1)$A\cap B$　(2)$A\cup B$　(3)$\overline{A}$　(4)$\overline{B}$
(5)$\overline{A}\cap\overline{B}$　(6)$\overline{A}\cap B$　(7)$A\cup\overline{B}$　(8)$\overline{A\cup B}$

$\boxed{4}$ 集合 $A=\{1,2\}$ の部分集合をすべてかけ．

$\boxed{5}$ 全体集合 $U=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ の部分集合 A，B について，

$$\overline{A}\cap\overline{B}=\{1,4,8\},\overline{A}\cap B=\{6,9\},A\cap\overline{B}=\{2,5,7\}$$

のとき，次の集合を求めよ．

(1)$A\cup B$　(2)A　(3)B

$\boxed{6}$ 実数全体を全体集合とし，その部分集合 A，B を，

$$A=\{x|x<-2,3<x\},\ B=\{x|1\leq x\leq 4\}$$

とするとき，次の集合を求めよ．

(1)$A\cap B$　(2)$A\cup B$　(3)$\overline{A}\cap\overline{B}$　(4)$\overline{A}\cup B$

応用問題

$\boxed{1}$ 全体集合 U とその部分集合 A，B，C の関係を図に示すと，下図のように a〜h の 8 つの領域に分かれる．このとき，（例）にならって，以下の集合が表す領域を示せ．

（例） $A \cap B \cdots d, g$

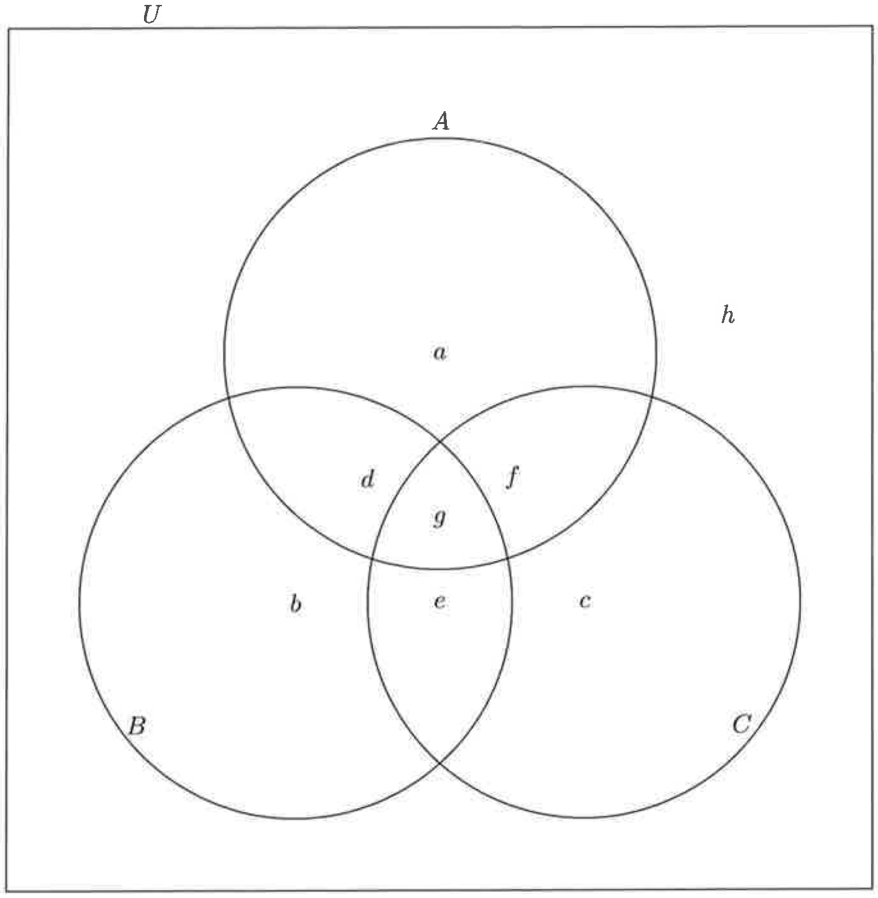
(1)$A \cap B \cap C$

(2)$A \cup B \cup C$

(3)$\overline{A} \cap \overline{B} \cap \overline{C}$

(4)$(A \cup B) \cap C$

(5)$A \cup (B \cap C)$



数学 A　場合の数
第 1 回　順列

1　階乗

n **の階乗** $\cdots$ 1 から n までのすべての自然数の積

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \cdots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

ただし，$0! = 1$

2　順列

いくつかのものを，順序をつけて 1 列に並べた配列を**順列**という．
異なる n 個のものから r 個とった順列の総数を ${}_n\mathrm{P}_r$ で表す．

$$\begin{aligned} {}_n\mathrm{P}_r &= n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) \\ &= \frac{n!}{(n-r)!} \qquad (0 \leq r \leq n) \end{aligned}$$

ただし，${}_n\mathrm{P}_0 = 1$

3　重複順列

異なる n 個のものから，重複を許して（同じものを何度選んでもよい），選んで並べた順列の総数は，

$$n^r$$

4　円順列

異なる n 個のものを円周上に並べた順列の総数は，

$$(n-1)!$$

5　じゅず順列

円順列のうち，裏返して一致するものも同じとみなすとき，

$$\frac{(n-1)!}{2}$$

6　同じものを含む順列

n 個のもののうち，同じものがそれぞれ p 個，q 個，r 個，$\cdots$ であるとき，この n 個を 1 列に並べてできる順列の総数は，

$$\frac{n!}{p!q!r!\cdots} \quad (p+q+r+\cdots=n)$$