

例題 1

x, y が自然数のとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 2元1次方程式 $x+y=7$ の解を右の表にまとめなさい。

(1)	x	1	2	3	4	5	6
	y						

(2) 2元1次方程式 $4x+y=13$ の解を右の表にまとめなさい。

(2)	x	1	2	3
	y			

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=7 \\ 4x+y=13 \end{cases}$ の解を求めなさい。

解き方 (1) $y=7-x$ と変形し, この式に $x=1, 2, 3, \dots$ を代入して y の値を求めるとよい。

答	x	1	2	3	4	5	6
	y	6	5	4	3	2	1

(2) $y=13-4x$ と変形し, この式に $x=1, 2, 3$ を代入して y の値を求めるとよい。

答	x	1	2	3
	y	9	5	1

(3) (1), (2)の両方の方程式を成り立たせる x, y の値の組をさがす。 **答** $x=2, y=5$

例題 2

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 3x-y=8 & \cdots \cdots ① \\ x+y=4 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 2x+5y=3 & \cdots \cdots ① \\ 2x-3y=11 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

解き方 (1) $3x-y=8$

$$\begin{array}{r} +) \quad x+y=4 \\ \hline 4x \quad = 12 \\ x = 3 \end{array}$$

$$x=3 \text{ を } ② \text{ に代入して, } 3+y=4 \\ y=1 \quad \quad \quad \text{答 } x=3, y=1$$

(2) $2x+5y=3$

$$\begin{array}{r} -) \quad 2x-3y=11 \\ \hline 8y = -8 \\ y = -1 \end{array}$$

$$y=-1 \text{ を } ① \text{ に代入して, } 2x+5 \times (-1)=3 \\ 2x-5=3, x=4 \quad \quad \quad \text{答 } x=4, y=-1$$

例題 3

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 2x+y=5 & \cdots \cdots ① \\ 5x-3y=18 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x-8y=-14 & \cdots \cdots ① \\ 2x+5y=1 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

解き方 文字の係数の絶対値が等しくないときは, 一方または両方の方程式の両辺を何倍かして, どちらかの文字の係数の絶対値を等しくしてから, 例題2と同様にして解く。

$$\begin{array}{r} (1) \quad 1 \times 3 \quad 6x+3y=15 \\ \quad \quad +) \quad 5x-3y=18 \\ \quad \quad \hline 11x \quad = 33 \\ x = 3 \end{array}$$

$$x=3 \text{ を } ① \text{ に代入して, } 6+y=5, y=-1 \\ \quad \quad \quad \text{答 } x=3, y=-1$$

$$\begin{array}{r} (2) \quad ① \times 2 \quad 6x-16y=-28 \\ \quad \quad ② \times 3 \quad -) \quad 6x+15y=3 \\ \quad \quad \quad \hline -31y = -31 \\ y = 1 \end{array}$$

$$y=1 \text{ を } ② \text{ に代入して, } 2x+5=1, x=-2 \\ \quad \quad \quad \text{答 } x=-2, y=1$$

例題 4

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} y = 2x - 1 & \cdots \cdots ① \\ 8x - 3y = 7 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

解き方 (1) ①を②に代入して、

$$8x - 3(2x - 1) = 7$$

$$8x - 6x + 3 = 7$$

$$2x = 4, \quad x = 2$$

$$x = 2 \text{ を } ① \text{ に代入して, } y = 2 \times 2 - 1 = 3$$

$$\boxed{\text{答}} \quad x = 2, \quad y = 3$$

$$(2) \begin{cases} 4x - 5y = -14 & \cdots \cdots ① \\ x + 2y = 3 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$

$$(2) \text{ ②より, } x = -2y + 3 \cdots \cdots ③$$

$$③ \text{ を } ① \text{ に代入して, } 4(-2y + 3) - 5y = -14$$

$$-8y + 12 - 5y = -14$$

$$-13y = -26, \quad y = 2$$

$$y = 2 \text{ を } ③ \text{ に代入して, } x = -2 \times 2 + 3 = -1$$

$$\boxed{\text{答}} \quad x = -1, \quad y = 2$$

例題 5連立方程式 $\begin{cases} ax - by = 11 \\ 2ax + by = 7 \end{cases}$ の解が $x = 2, y = -1$ であるとき、 a, b の値を求めなさい。

$$\text{解き方} \quad x = 2, y = -1 \text{ を } ax - by = 11 \text{ に代入して, } 2a + b = 11 \cdots \cdots ①$$

$$x = 2, y = -1 \text{ を } 2ax + by = 7 \text{ に代入して, } 4a - b = 7 \cdots \cdots ②$$

①, ②を a, b についての連立方程式と考えて、 a, b の値を求める。

$$① + ② \text{ より, } 6a = 18, \quad a = 3$$

$$a = 3 \text{ を } ① \text{ に代入して, } 6 + b = 11, \quad b = 5$$

$$\boxed{\text{答}} \quad a = 3, \quad b = 5$$

例題解答

例題 4

ある中学校の昨年度の生徒数は 650 人であったが、今年度は昨年度に比べて男子は 4 % 減少し、女子は 6 % 増加したので、全体としては 4 人増加した。今年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

問題 6 ある中学校の昨年度の生徒数は 490 人であったが、今年度は男子が 5 % 増加し、女子が 2 % 減少したので、全体としては 7 人増加した。次の問いに答えなさい。

□(1) 昨年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

□(2) 今年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

問題 7 ある中学校で図書館の利用者数を調査した。5 月は男女合わせて 500 人であったが、6 月は 5 月に比べて男子が 20 % 増加し、女子も 10 % 増加したので、全体としては 72 人増加した。6 月の男子と女子の利用者数をそれぞれ求めなさい。

例題 5

商品 A を定価の 2 割引き、商品 B を定価の 3 割引きで買ったなら、代金は 1900 円で、定価で買うときよりも 600 円安くなった。商品 A、B の定価をそれぞれ求めなさい。

問題 8 兄は持っているお金の $\frac{2}{3}$ を、弟は持っているお金の $\frac{1}{2}$ を、それぞれ出し合って、2000 円の品物を買った。2 人の残ったお金を比べたら、弟の方が 200 円多くなっていた。2 人がはじめに持っていたお金はそれぞれいくらか、求めなさい。

問題 9 A は 6000 円、B は 4000 円持っている。2 人でお金を出し合って 7000 円の品物を買ったところ、A の残金は B の残金の 2 倍になったという。2 人はそれぞれいくらずつお金を出したか、求めなさい。

5

連立方程式の解き方(いろいろな連立方程式)

例題 1

連立方程式 $\begin{cases} 4x-5(x-y)=17 & \cdots \text{①} \\ 2y=3(x+4) & \cdots \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

解き方 ①より、 $4x-5x+5y=17$, $-x+5y=17$ $\cdots$ ③
②より、 $2y=3x+12$, $-3x+2y=12$ $\cdots$ ④
③×3 $-3x+15y=51$ $\xrightarrow{\quad}$ よって、 $y=3$
④ $-3x+2y=12$ $\xrightarrow{\quad}$ $y=3$ を④に代入して、 $-x+15=17$
 $13y=39$ $\xrightarrow{\quad}$ $x=-2$ **答** $x=-2, y=3$

例題 2

連立方程式 $\begin{cases} 0.7x+0.4y=2 & \cdots \text{①} \\ 0.02x-0.01y=0.1 & \cdots \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

解き方 ①×10 より、 $7x+4y=20$ $\cdots$ ③
②×100 より、 $2x-y=10$ $\cdots$ ④
③ $7x+4y=20$ $\xrightarrow{\quad}$ よって、 $x=4$
④×4 $8x-4y=40$ $\xrightarrow{\quad}$ $x=4$ を④に代入して、 $28+4y=20$
 $15x=60$ $\xrightarrow{\quad}$ $y=-2$ **答** $x=4, y=-2$

例題 3

連立方程式 $\begin{cases} \frac{x}{2}+\frac{y}{5}=-2 & \cdots \text{①} \\ \frac{5}{8}x-\frac{x-2y}{4}=2 & \cdots \text{②} \end{cases}$ を解きなさい。

解き方 ①×10 より、 $5x+2y=-20$ $\cdots$ ③
②×8 より、 $5x-2(x-2y)=16$, $5x-2x+4y=16$, $3x+4y=16$ $\cdots$ ④
③×2 $10x+4y=-40$
④ $3x+4y=16$ $\xrightarrow{\quad}$ よって、 $x=-8$ 、これを③に代入して、
 $7x=-56$ $\xrightarrow{\quad}$ $-40+2y=-20$, $y=10$ **答** $x=-8, y=10$

例題 4

連立方程式 $x+3y=-2x+y=7$ を解きなさい。

解き方 $A=B, B=C, A=C$ のうちのどの 2 つを組み合わせても解は同じになるので、計算がやさしくなる組み合わせを選んで解くとよい。
 $\begin{cases} x+3y=7 & \cdots \text{①} \\ -2x+y=7 & \cdots \text{②} \end{cases}$ $\xrightarrow{\quad}$ $y=3$
 $\xrightarrow{\quad}$ $y=3$ を①に代入して、 $x+9=7$, $x=-2$
①×2+②より、 $7y=21$ **答** $x=-2, y=3$

例題 1

1個120円のおにぎりと1個90円のパンを合わせて10個買った。代金が1080円になった。おにぎりとパンをそれぞれ何個買ったか、求めなさい。

解き方

おにぎりを x 個, パンを y 個買ったとする。

おにぎりとパンの個数が合わせて10個だから, $x+y=10$ ……①

おにぎりの代金とパンの代金の合計が1080円だから, $120x+90y=1080$ ……②

①, ②を連立方程式にして解くと, $x=6, y=4$

答 おにぎり6個, パン4個

例題 2

ノート3冊と鉛筆1本の代金は540円で, ノート5冊と鉛筆2本の代金は930円であるという。ノート1冊の値段と鉛筆1本の値段をそれぞれ求めなさい。

解き方

ノート1冊の値段を x 円, 鉛筆1本の値段を y 円とする。

ノート3冊, 鉛筆1本の代金が540円だから, $3x+y=540$ ……①

ノート5冊, 鉛筆2本の代金が930円だから, $5x+2y=930$ ……②

①, ②を連立方程式にして解くと, $x=150, y=90$

答 ノート150円, 鉛筆90円

例題 3

34人の生徒を3人の班と4人の班に分けたところ, 4人の班は3人の班より5つ多くできた。3人の班の数と4人の班の数をそれぞれ求めなさい。

解き方

3人の班の数を x , 4人の班の数を y とする。

4人の班は3人の班より5つ多いから, $y=x+5$ ……①

3人の班の人数と4人の班の人数の合計は34人だから, $3x+4y=34$ ……②

①, ②を連立方程式にして解くと, $x=2, y=7$

答 3人の班…2つ, 4人の班…7つ

例題 4

2けたの自然数がある。この数の十の位の数の3倍と一の位の数の2倍をたした和は28になるという。また、この自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、もとの自然数より36大きくなるという。もとの自然数を求めなさい。

解き方

もとの自然数の十の位の数を x , 一の位の数を y とする。

十の位の数の3倍と一の位の数の2倍の和が28だから, $3x+2y=28$ ……①

もとの自然数は $10x+y$ 。十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は $10y+x$ 。

入れかえた数はもとの自然数より36大きいから, $10y+x=10x+y+36$ ……②

①, ②を連立方程式にして解くと, $x=4, y=8$

よって、もとの自然数は, $10 \times 4 + 8 = 48$

答 48

例題 2

ある列車が, 900 m の鉄橋を渡りはじめてから渡り終わるまでに55秒かった。また, この列車が同じ速さで, 長さ1800 m のトンネルに入りはじめてから出てしまうまでに100秒かった。この列車の長さ秒速をそれぞれ求めなさい。

問題 3

ある列車が600 m の鉄橋を渡りはじめてから渡り終わるまでに30秒かった。また, この列車が同じ速さで, 長さ1100 m のトンネルに入りはじめてから出てしまうまでに50秒かった。この列車の長さ秒速をそれぞれ求めなさい。

割合に関する問題

▶ (食塩の重さ) = (濃度) × (食塩水の重さ), (食塩水の重さ) = (食塩の重さ) + (水の重さ)

▶ (割合) = $\frac{\text{比べられる量}}{\text{もとにする量}}$, (比べられる量) = (割合) × (もとにする量)

$$x\% \Rightarrow \frac{x}{100}, 0.01x$$

例題 3

3%の食塩水と10%の食塩水を混ぜて, 5%の食塩水を700 g 作りたい。それぞれ何 g ずつ混ぜればよいか, 求めなさい。

問題 4

7%の食塩水と15%の食塩水を混ぜて, 10%の食塩水を800 g 作りたい。7%の食塩水を x g, 15%の食塩水を y g 混ぜるとして, 次の問いに答えなさい。

□(1) x, y についての連立方程式をつくりなさい。

□(2) 7%の食塩水と15%の食塩水をそれぞれ何 g ずつ混ぜればよいか, 求めなさい。

問題 5

銅を80%ふくむ合金と銅を30%ふくむ合金がある。この2種類の合金をとかして混ぜ, 銅を50%ふくむ合金を500 g 作りたい。銅を80%ふくむ合金と銅を30%ふくむ合金をそれぞれ何 g とかして混ぜればよいか, 求めなさい。

速さに関する問題

$$(\text{道のり}) = (\text{速さ}) \times (\text{時間}), (\text{時間}) = \frac{(\text{道のり})}{(\text{速さ})}$$

例題 1

ある人がA地からB地を通って16 kmはなれたC地まで行った。A地からB地までは時速20 kmのバスに乗り、B地からC地までは時速4 kmで歩いたところ、全体で2時間かかったという。A地からB地までの道のりとB地からC地までの道のりをそれぞれ求めなさい。

問題 1 A町からC町を通って100 kmはなれたB町まで自動車で行った。A町からC町までは時速30 km, C町からB町までは時速40 kmで走ったところ、全体で3時間かかったという。A町からC町までの道のりを x km, C町からB町までの道のりを y kmとして、次の問いに答えなさい。

□(1) x, y についての連立方程式をつくりなさい。

□(2) A町からC町までの道のりとC町からB町までの道のりをそれぞれ求めなさい。

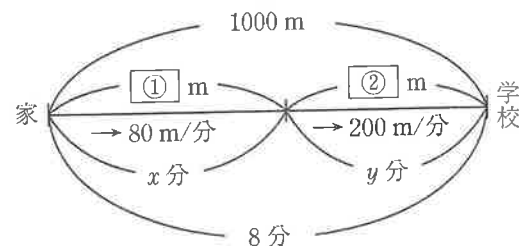
問題 2 家から1000 mはなれた学校まで、はじめは毎分80 mの速さで歩き、途中から毎分200 mの速さで走ったところ、家を出てから8分後に学校に着いた。歩いた時間を x 分、走った時間を y 分として、次の問いに答えなさい。

□(1) 右の図で、①, ②にあてはまる式を答えなさい。

□(2) x, y についての連立方程式をつくりなさい。

□(3) 歩いた時間と走った時間をそれぞれ求めなさい。

□(4) 歩いた道のりと走った道のりをそれぞれ求めなさい。



例題 1

ある人がA地からB地を通って16 kmはなれたC地まで行った。A地からB地までは時速20 kmのバスに乗り、B地からC地までは時速4 kmで歩いたところ、全体で2時間かかったという。A地からB地までの道のりとB地からC地までの道のりをそれぞれ求めなさい。

解き方 A地からB地まで x km, B地からC地まで y kmとする。
A地からC地までの道のりの合計は16 kmだから、 $x + y = 16$ ……①

かかった時間は、A地からB地までが $\frac{x}{20}$ 時間, B地

からC地までが $\frac{y}{4}$ 時間で、合計で2時間だから、

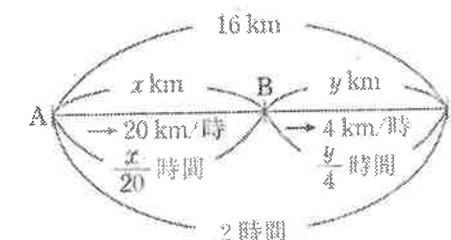
$$\frac{x}{20} + \frac{y}{4} = 2 \dots\dots ②$$

①, ②を連立方程式にして解くと、 $x = 10, y = 6$

答 A地からB地まで10 km, B地からC地まで6 km

考え方 A地からB地までの道のりを x kmとして、1次方程式をつくって解くこともできる。

B地からC地までは $(16 - x)$ kmだから、 $\frac{x}{20} + \frac{16 - x}{4} = 2$ 。これを解いて、 $x = 10$



例題 2

ある列車が、900 mの鉄橋を渡り始めてから渡り終わるまでに55秒かかった。また、この列車が同じ速さで、長さ1800 mのトンネルに入り始めてから出てしまうまでに100秒かかった。この列車の長さや秒速をそれぞれ求めなさい。

解き方 列車の長さを x m, 秒速を y mとする。

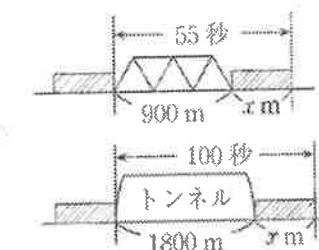
55秒で、鉄橋と列車の長さ分を進むから、 $55y = 900 + x$ ……①

100秒で、トンネルと列車の長さ分を進むから、

$$100y = 1800 + x \dots\dots ②$$

①, ②を連立方程式にして解くと、 $x = 200, y = 20$

答 長さ200 m, 秒速20 m



問題4 りんご5個とみかん6個の代金が1080円で、りんご3個とみかん4個の代金が680円であるという。りんご1個、みかん1個の代金をそれぞれ求めなさい。

例題3

3%の食塩水と10%の食塩水を混ぜて、5%の食塩水を700g作りたい。それぞれ何gずつ混ぜればよいか、求めなさい。

解き方 3%の食塩水を x g、10%の食塩水を y g混ぜるとする。

2種類の食塩水を混ぜる前とあとでは、全体の食塩水の量や食塩の量は変わらない。

よって、食塩水の量の関係から、 $x+y=700$ ……①

食塩の量の関係から、 $\frac{3}{100}x + \frac{10}{100}y = \frac{5}{100} \times 700$ ……②

①、②を連立方程式にして解くと、 $x=500$ 、 $y=200$

答 3%…500g、10%…200g

	3%	10%	5%
食塩水(g)	x	y	700
食塩(g)	$\frac{3}{100} \times x$	$\frac{10}{100} \times y$	$\frac{5}{100} \times 700$

例題3

34人の生徒を3人の班と4人の班に分けたところ、4人の班は3人の班より5つ多くできた。3人の班の数と4人の班の数をそれぞれ求めなさい。

問題5 みかんが6個入っている袋と8個入っている袋がある。みかんが8個入っている袋は6個入っている袋より2個多く、袋に入っているみかんの数は全部で100個であるという。みかんが6個入っている袋と8個入っている袋の数をそれぞれ求めなさい。

問題6 50人の生徒を5人のグループと6人のグループに分けたところ、9つのグループができたという。5人のグループの数と6人のグループの数をそれぞれ求めなさい。

整数に関する問題

2けたの整数… $10x+y$ 、3けたの整数… $100x+10y+z$

例題4

2けたの自然数がある。この数の十の位の数の3倍と一の位の数の2倍をたした和は28になるという。また、この自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、もとの自然数より36大きくなるという。もとの自然数を求めなさい。

問題7 2けたの自然数がある。十の位の数と一の位の数の和は9であり、十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、もとの自然数より45大きくなるという。もとの自然数を求めなさい。

問題8 2けたの自然数がある。この数の十の位の数の2倍から一の位の数をひいた差は8になるという。また、この自然数の十の位の数と一の位の数を入れかえてできる数は、もとの自然数より9小さくなるという。もとの自然数を求めなさい。

例題4

ある中学校の昨年度の生徒数は650人であったが、今年度は昨年度に比べて男子は4%減少し、女子は6%増加したので、全体としては4人増加した。今年度の男子、女子の生徒数をそれぞれ求めなさい。

解き方 このような問題では、求めるものが今年度の生徒数でも、「もとにする量」である昨年度の生徒数を x 、 y とするとよい。すなわち、昨年度の男子を x 人、女子を y 人とする。

昨年度の男女合計の生徒数は650人だから、 $x+y=650$ ……①

男子は4%減少(−4%増加)したから、男子の増加数は $-0.04x$ 人、女子の増加数は $0.06y$ 人、男女の増加数の合計が4人だから、 $-0.04x+0.06y=4$ ……②

①、②を連立方程式にして解くと、 $x=350$ 、 $y=300$

今年度の生徒数は、男子が $350 \times (1-0.04) = 336$ (人)、女子が $300 \times (1+0.06) = 318$ (人)

答 男子336人、女子318人

例題5

商品Aを定価の2割引き、商品Bを定価の3割引きで買ったところ、代金は1900円で、定価で買うときよりも600円安くなった。商品A、Bの定価をそれぞれ求めなさい。

解き方 商品Aの定価を x 円、商品Bの定価を y 円とする。

買った値段は、Aが $(1-0.2)x=0.8x$ (円)、Bが $(1-0.3)y=0.7y$ (円)だから、 $0.8x+0.7y=1900$ ……①

値引き分の合計が600円だから、 $0.2x+0.3y=600$ ……②

①、②を連立方程式にして解くと、 $x=1500$ 、 $y=1000$

答 A…1500円、B…1000円

文章問題の解き方

連立方程式を利用して問題を解く手順は, 次の(1)~(5)のようによい。

- (1) 問題文をよく読み, わかっている量, 求める量などを明らかにする。
- (2) 求める量, またはそれに関係のある適当な2つの数量を x , y とする。
- (3) 問題文から等しい数量関係を2つ読みとり, それぞれの関係から方程式を2つつくる。
- (4) (3)の2つの方程式を連立方程式にして解く。
- (5) 連立方程式の解から, 問題に適するような答えをつくる。

例題 1

1個120円のおにぎりと1個90円のパンを合わせて10個買ったなら, 代金が1080円になった。おにぎりとパンをそれぞれ何個買ったか, 求めなさい。

問題 1 50円切手と80円切手を合わせて15枚買い, 930円払った。50円切手を x 枚, 80円切手を y 枚買ったとして, 次の問いに答えなさい。

□(1) x , y についての連立方程式をつくりなさい。

□(2) 50円切手と80円切手をそれぞれ何枚ずつ買ったか, 求めなさい。

問題 2 1個150円のりんごと1個100円のなしを合わせて12個買ったなら, 代金が1400円になった。りんごとなしをそれぞれ何個買ったか, 求めなさい。

例題 2

ノート3冊と鉛筆1本の代金は540円で, ノート5冊と鉛筆2本の代金は930円であるという。ノート1冊の値段と鉛筆1本の値段をそれぞれ求めなさい。

問題 3 ケーキ4個とプリン3個の代金が2000円, ケーキ2個とプリン5個の代金が1700円であるという。

ケーキ1個の値段を x 円, プリン1個の値段を y 円として, 次の問いに答えなさい。

□(1) x , y についての連立方程式をつくりなさい。

□(2) ケーキ1個, プリン1個の値段をそれぞれ求めなさい。

問題解答

係数に分数をふくむ連立方程式

係数に分数をふくむときは、両辺に分母の最小公倍数をかけ、係数を整数に直してから解くとよい。

例題 3

連立方程式
$$\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{5} = -2 & \cdots \cdots ① \\ \frac{5}{8}x - \frac{x-2y}{4} = 2 & \cdots \cdots ② \end{cases}$$
 を解きなさい。

問題 3 次の連立方程式を解きなさい。

□(1)
$$\begin{cases} \frac{x}{3} - y = 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$$

□(2)
$$\begin{cases} x + y = 14 \\ \frac{1}{4}x + \frac{2}{3}y = 6 \end{cases}$$

□(3)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = y-1 \\ x+y = 4 \end{cases}$$

□(4)
$$\begin{cases} 2x - 3y = 22 \\ x + \frac{y-2}{3} = 3 \end{cases}$$

□(5)
$$\begin{cases} -x + 3y = 15 \\ \frac{2x-y}{3} = \frac{5}{6}x \end{cases}$$

□(6)
$$\begin{cases} \frac{x-2y}{4} = \frac{x+2}{3} \\ y = x-6 \end{cases}$$

A = B = C の形の連立方程式

A = B = C の形の連立方程式は、 $\begin{cases} A=B \\ B=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=B \\ A=C \end{cases}$, $\begin{cases} A=C \\ B=C \end{cases}$ のいずれかの形に直して解く。

例題 4

連立方程式 $x+3y=-2x+y=7$ を解きなさい。

問題 4 次の連立方程式を解きなさい。

□(1) $2x+y=x-y=3$

□(2) $6x+5y=-2x+3y=14$

□(3) $x-2y=3x+2=y-5$

□(4) $5x+6y+1=2x-2y=x+9$

かっこのある連立方程式

かっこをはずし、移項して $ax+by=c$ の形に整理し、加減法で解く。

例題 1

連立方程式 $\begin{cases} 4x-5(x-y)=17 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2y=3(x+4) & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ を解きなさい。

問題 1 次の連立方程式を解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} 7x=4(y+2) \\ 3x+y=17 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 2x-5y=7 \\ 3(x-y)=7-x \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} -x+y=3 \\ 5(x+y)-4x=3 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} 4x-3(y-2)=21 \\ x+2y=1 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} 3(2x+y)-4(x+2y)=18 \\ x-2y=8 \end{cases}$$

$$\square(6) \begin{cases} 5x-3(x+y)=1 \\ 4(x-y)-5y=11 \end{cases}$$

係数に小数をふくむ連立方程式

係数に小数をふくむときは、両辺に 10 や 100 などをかけ、係数を整数に直してから解くとよい。

例題 2

連立方程式 $\begin{cases} 0.7x+0.4y=2 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 0.02x-0.01y=0.1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$ を解きなさい。

問題 2 次の連立方程式を解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} 0.4x-0.3y=0.6 \\ x+y=5 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 2x-3y=-10 \\ -0.3x+0.2y=1 \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 0.07x+0.06y=0.17 \\ 3x+2y=5 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} 0.3x+0.5y=0.2 \\ 0.04x-0.02y=0.2 \end{cases}$$

❖問題❖

問題 1 (1) ①, ③, ④ (2) ③

問題 2 (1) $x=8, y=4$ (2) $x=3, y=-2$
(3) $x=-2, y=-2$ (4) $x=-1, y=1$
(5) $x=1, y=2$ (6) $x=2, y=-2$ 問題 3 (1) $x=2, y=-1$ (2) $x=3, y=5$
(3) $x=2, y=-2$ (4) $x=-1, y=2$
(5) $x=-2, y=-3$ (6) $x=-3, y=1$
(7) $x=1, y=-1$ (8) $x=3, y=2$
(9) $x=-3, y=4$ (10) $x=2, y=1$
(11) $x=1, y=-3$ (12) $x=-2, y=-6$ 問題 4 (1) $x=3, y=6$ (2) $x=2, y=-10$
(3) $x=-1, y=2$ (4) $x=-2, y=3$
(5) $x=1, y=-2$ (6) $x=2, y=1$
(7) $x=-1, y=-3$ (8) $x=4, y=-1$ 問題 5 $a=-3, b=2$

解説

問題 1 (1) x, y の値を代入して、式が成り立つものをさがす。

(2) 上の式と下の式に共通な解をさがす。

問題 2 上の式を①, 下の式を②とする。

(1) ①+②より, $2x=16, x=8$
(2) ①-②より, $-x=-3, x=3$
(3) ①-②より, $4x=-8, x=-2$

$$(4) \begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 4x-3y=-7 \\ \textcircled{2} \quad +) -2x+3y=5 \\ \hline 2x \quad \quad =-2 \\ x=-1 \end{array}$$

 $x=-1$ を②に代入して, $2+3y=5, y=1$

$$(5) \begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 3x-5y=-7 \\ \textcircled{2} \quad -) 3x+2y=7 \\ \hline -7y=-14 \\ y=2 \end{array}$$

$$y=2 \text{ を①に代入して, } 3x-10=-7, x=1$$

(6) ①+②より, $4y=-8, y=-2$

問題 3 上の式を①, 下の式を②とする。

$$(1) \begin{array}{r} \textcircled{1} \quad 3x+2y=4 \\ \textcircled{2} \times 2 \quad +) 4x-2y=10 \\ \hline 7x \quad \quad =14 \\ x=2 \end{array}$$

 $x=2$ を①に代入して, $6+2y=4, y=-1$

$$(2) \begin{array}{r} \textcircled{1} \times 3 \quad 9x-3y=12 \\ \textcircled{2} \quad -) 7x-3y=6 \\ \hline 2x \quad \quad =6, x=3 \end{array}$$

 $x=3$ を②に代入して, $21-3y=6, y=5$ (3) ① $\times 2$ -②より, $5x=10, x=2$ (4) ① $\times 2$ +②より, $x=-1$ (5) ① $\times 2$ -②より, $7y=-21, y=-3$ (6) ①+② $\times 3$ より, $11y=11, y=1$ (7) ① $\times 2$ +②より, $19y=-19, y=-1$ (8) ①-② $\times 4$ より, $-y=-2, y=2$

$$(9) \begin{array}{r} \textcircled{1} \times 2 \quad 6x+8y=14 \\ \textcircled{2} \times 3 \quad -) 6x+9y=18 \\ \hline -y=-4, y=4 \end{array}$$

 $y=4$ を①に代入して, $3x+16=7, x=-3$

$$\text{別解} \begin{array}{r} \textcircled{1} \times 3 \quad 9x+12y=21 \\ \textcircled{2} \times 4 \quad -) 8x+12y=24 \\ \hline x \quad \quad =-3 \end{array}$$

 $x=-3$ を①に代入して, $y=4$ (10) ① $\times 2$ -② $\times 3$ より, $16y=16, y=1$ (11) ① $\times 2$ +② $\times 3$ より, $-x=-1, x=1$ (12) ① $\times 3$ -② $\times 2$ より, $x=-2$

問題 4 上の式を①, 下の式を②とする。

(1) ①を②に代入して, $2x+3 \times 2x=24$ (2) ②を①に代入して, $4x-(-5x)=18$ (3) ②を①に代入して, $5x-2(3x+5)=-9$

$$5x-6x-10=-9, -x=1, x=-1$$

 $x=-1$ を②に代入して, $y=-3+5=2$ (4) ①を②に代入して, $-4x+3(-2x-1)=17$ (5) ①を②に代入して, $3(y+3)-4y=11$ (6) ②を①に代入して, $6(4-2y)+5y=17$ (7) ①より, $y=-3x-6 \cdots \textcircled{3}$ ③を②に代入して, $2x-5(-3x-6)=13$ (8) ①より, $x=4y+8 \cdots \textcircled{3}$ ③を②に代入して, $-3(4y+8)+2y=-14$ 問題 5 連立方程式に $x=-2, y=5$ を代入して,

$$\begin{cases} -2a+5b=16 & \cdots\textcircled{1} \\ -2a-5b=-4 & \cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{1}+\textcircled{2} \text{ より, } -4a=12, a=-3$$

 $a=-3$ を①に代入して, $6+5b=16, b=2$

❖問題❖

問題 1 (1) $x=4, y=5$ (2) $x=1, y=-1$ (3) $x=-2, y=1$ (4) $x=3, y=-1$ (5) $x=4, y=-2$ (6) $x=-4, y=-3$

- 問題2 (1) $x=3, y=2$ (2) $x=-2, y=2$
 (3) $x=-1, y=4$ (4) $x=4, y=-2$
- 問題3 (1) $x=-3, y=-2$ (2) $x=8, y=6$
 (3) $x=1, y=3$ (4) $x=5, y=-4$
 (5) $x=-6, y=3$ (6) $x=4, y=-2$
- 問題4 (1) $x=2, y=-1$ (2) $x=-1, y=4$
 (3) $x=-2, y=1$ (4) $x=5, y=-2$

解説

問題1 上の式を①, 下の式を②とする。

- (1) ①より, $7x=4y+8, 7x-4y=8 \dots ③$
 $③+② \times 4$ より, $19x=76$
 (2) ②より, $3x-3y=7-x, 4x-3y=7 \dots ③$
 $① \times 2 - ③$ より, $-7y=7$
 (3) ②より, $5x+5y-4x=3, x+5y=3 \dots ③$
 $①+③$ より, $6y=6$
 (4) ①より, $4x-3y+6=21, 4x-3y=15 \dots ③$
 $③-② \times 4$ より, $-11y=11$
 (5) ①より, $6x+3y-4x-8y=18$
 $2x-5y=18 \dots ③$
 $③-② \times 2$ より, $-y=2$
 (6) ①より, $5x-3x-3y=1, 2x-3y=1 \dots ③$
 ②より, $4x-4y-5y=11, 4x-9y=11 \dots ④$
 $③ \times 3 - ④$ より, $2x=-8$

問題2 上の式を①, 下の式を②とする。

- (1) ① $\times 10$ $4x-3y=6 \dots ③$
 $③+② \times 3$ より, $7x=21$
 (2) ② $\times 10$ $-3x+2y=10 \dots ③$
 $① \times 2 + ③ \times 3$ より, $-5x=10$
 (3) ① $\times 100$ $7x+6y=17 \dots ③$
 $③-② \times 3$ より, $-2x=2$
 (4) ① $\times 10$ $3x+5y=2 \dots ③$
 $② \times 100$ $4x-2y=20 \dots ④$
 $③ \times 4 - ④ \times 3$ より, $26y=-52$

問題3 上の式を①, 下の式を②とする。

- (1) ① $\times 3$ $x-3y=3 \dots ③$
 $③ \times 3 - ②$ より, $-7y=14$
 (2) ② $\times 12$ $3x+8y=72 \dots ③$
 $① \times 3 - ③$ より, $-5y=-30$
 (3) ① $\times 2$ より, $x+y=2y-2, x-y=-2 \dots ③$
 $②+③$ より, $2x=2$
 (4) ② $\times 3$ より, $3x+y-2=9, 3x+y=11 \dots ③$
 $①+③ \times 3$ より, $11x=55$
 (5) ② $\times 6$ より, $2(2x-y)=5x$
 $4x-2y=5x, -x-2y=0 \dots ③$
 $①-③$ より, $5y=15$

$$(6) \textcircled{1} \times 12 \text{ より, } 3(x-2y)=4(x+2)$$

$$3x-6y=4x+8, -x-6y=8 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{2} \text{ を } \textcircled{3} \text{ に代入して, } -x-6(x-6)=8$$

問題4 次のような形に直してから解く。

$$(1) \begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=3 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 6x+5y=14 \\ -2x+3y=14 \end{cases}$$

$$(3) \begin{cases} x-2y=y-5 \\ 3x+2=y-5 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} 5x+6y+1=x+9 \\ 2x-2y=x+9 \end{cases}$$

6 連立方程式の利用(代金, 個数, 整数)

❖問題❖

- 問題1 (1) $\begin{cases} x+y=15 \\ 50x+80y=930 \end{cases}$
 (2) 50円切手9枚, 80円切手6枚

問題2 りんご4個, なし8個

- 問題3 (1) $\begin{cases} 4x+3y=2000 \\ 2x+5y=1700 \end{cases}$
 (2) ケーキ350円, プリン200円

問題4 りんご120円, みかん80円

問題5 6個入りの袋6個, 8個入りの袋8個

問題6 5人のグループ4つ, 6人のグループ5つ

問題7 27

問題8 76

解説

問題1 (1) 枚数の関係から, $x+y=15$

代金の関係から, $50x+80y=930$

(2) (1)の連立方程式を解いて, $x=9, y=6$

問題2 りんごを x 個, なしを y 個買ったとする。

$$\begin{cases} x+y=12 \\ 150x+100y=1400 \end{cases}$$

これを解いて, $x=4, y=8$

問題3 (1) ケーキ4個とプリン3個で2000円だから,

$$4x+3y=2000$$

ケーキ2個とプリン5個で1700円だから,

$$2x+5y=1700$$

(2) (1)の連立方程式を解いて, $x=350, y=200$

問題4 りんご1個 x 円, みかん1個 y 円とする。

$$\begin{cases} 5x+6y=1080 \\ 3x+4y=680 \end{cases}$$

$$3x+4y=680$$

これを解いて, $x=120, y=80$

問題5 6個入りの袋を x 個, 8個入りの袋を y 個とする。

$$\begin{cases} y=x+2 \\ 6x+8y=100 \end{cases}$$

これを解いて, $x=6, y=8$

連立方程式の解き方(代入法)

連立方程式の一方の式を $x= \dots$, または $y= \dots$ の形に変形し, これを他方の式に代入して, 1つの文字を消去する方法を代入法という。

例題4

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} y=2x-1 \dots\dots \textcircled{1} \\ 8x-3y=7 \dots\dots \textcircled{2} \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 4x-5y=-14 \dots\dots \textcircled{1} \\ x+2y=3 \dots\dots \textcircled{2} \end{cases}$$

問題4 次の連立方程式を代入法で解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} y=2x \\ 2x+3y=24 \end{cases} \quad \square(2) \begin{cases} 4x-y=18 \\ y=-5x \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 5x-2y=-9 \\ y=3x+5 \end{cases} \quad \square(4) \begin{cases} y=-2x-1 \\ -4x+3y=17 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} x=y+3 \\ 3x-4y=11 \end{cases} \quad \square(6) \begin{cases} 6x+5y=17 \\ x=4-2y \end{cases}$$

$$\square(7) \begin{cases} 3x+y=-6 \\ 2x-5y=13 \end{cases} \quad \square(8) \begin{cases} x-4y=8 \\ -3x+2y=-14 \end{cases}$$

解と連立方程式

係数に文字をふくむ連立方程式とその解が与えられたときは, 解を連立方程式に代入し, 係数の文字についての方程式をつくり, 係数の文字の値を求める。

例題5

連立方程式 $\begin{cases} ax-by=11 \\ 2ax+by=7 \end{cases}$ の解が $x=2, y=-1$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

問題5 連立方程式 $\begin{cases} ax+by=16 \\ ax-by=-4 \end{cases}$ の解が $x=-2, y=5$ であるとき, a, b の値を求めなさい。

問題2 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} x+y=12 \\ x-y=4 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 2x+y=4 \\ 3x+y=7 \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 5x-2y=-6 \\ x-2y=2 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} 4x-3y=-7 \\ -2x+3y=5 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} 3x-5y=-7 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$$

$$\square(6) \begin{cases} 4x-y=10 \\ -4x+5y=-18 \end{cases}$$

例題3

次の連立方程式を解きなさい。

$$(1) \begin{cases} 2x+y=5 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 5x-3y=18 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} 3x-8y=-14 & \cdots\cdots\textcircled{1} \\ 2x+5y=1 & \cdots\cdots\textcircled{2} \end{cases}$$

問題3 次の連立方程式を加減法で解きなさい。

$$\square(1) \begin{cases} 3x+2y=4 \\ 2x-y=5 \end{cases}$$

$$\square(2) \begin{cases} 3x-y=4 \\ 7x-3y=6 \end{cases}$$

$$\square(3) \begin{cases} 4x+2y=4 \\ 3x+4y=-2 \end{cases}$$

$$\square(4) \begin{cases} -2x-3y=-4 \\ 5x+6y=7 \end{cases}$$

$$\square(5) \begin{cases} x+2y=-8 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$$

$$\square(6) \begin{cases} 3x+2y=-7 \\ -x+3y=6 \end{cases}$$

$$\square(7) \begin{cases} -2x+7y=-9 \\ 4x+5y=-1 \end{cases}$$

$$\square(8) \begin{cases} -4x+7y=2 \\ -x+2y=1 \end{cases}$$

$$\square(9) \begin{cases} 3x+4y=7 \\ 2x+3y=6 \end{cases}$$

$$\square(10) \begin{cases} 6x+5y=17 \\ 4x-2y=6 \end{cases}$$

$$\square(11) \begin{cases} -5x+3y=-14 \\ 3x-2y=9 \end{cases}$$

$$\square(12) \begin{cases} 5x-2y=2 \\ 7x-3y=4 \end{cases}$$

問題6 5人のグループの数を x 、6人のグループの数を y とする。

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 5x+6y=50 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=4$ 、 $y=5$

問題7 十の位の数 x 、一の位の数 y とする。

$$\begin{cases} x+y=9 \\ 10y+x=10x+y+45 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=2$ 、 $y=7$

問題8 十の位の数 x 、一の位の数 y とする。

$$\begin{cases} 2x-y=8 \\ 10y+x=10x+y-9 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=7$ 、 $y=6$

7 連立方程式の利用(速さ、割合など)

❖問題❖

$$\text{問題1 (1)} \begin{cases} x+y=100 \\ \frac{x}{30}+\frac{y}{40}=3 \end{cases}$$

(2) A町からC町まで60km、
C町からB町まで40km

問題2 (1) ① $\cdots 80x$ ② $\cdots 200y$

$$(2) \begin{cases} 80x+200y=1000 \\ x+y=8 \end{cases}$$

(3) 歩いた時間5分、走った時間3分

(4) 歩いた道のり400m、走った道のり600m

問題3 長さ150m、秒速25m

$$\text{問題4 (1)} \begin{cases} x+y=800 \\ \frac{7}{100}x+\frac{15}{100}y=\frac{10}{100}\times 800 \end{cases}$$

(2) 7%の食塩水500g、15%の食塩水300g

問題5 80%の合金200g、30%の合金300g

問題6 (1) 男子240人、女子250人

(2) 男子252人、女子245人

問題7 男子264人、女子308人

問題8 兄 $\cdots 1800$ 円、弟 $\cdots 1600$ 円

問題9 A $\cdots 4000$ 円、B $\cdots 3000$ 円

解説

問題1 (1) 道のりの関係から、 $x+y=100$

時間の関係から、 $\frac{x}{30}+\frac{y}{40}=3$ (時間 $=\frac{\text{道のり}}{\text{速さ}}$)

(2) (1)の連立方程式を解いて、 $x=60$ 、 $y=40$

問題2 (1) (道のり)=(速さ) $\times$ (時間)

(2) 道のりの関係から、 $80x+200y=1000$

時間の関係から、 $x+y=8$

(3) (2)の連立方程式を解いて、 $x=5$ 、 $y=3$

(4) 歩いた道のり $\cdots 80\times 5=400$ (m)

走った道のり $\cdots 200\times 3=600$ (m)

問題3 列車の長さを x m、秒速を y mとする。

30秒で鉄橋と列車の長さ分を進むから、

$$30y=600+x\cdots\textcircled{1}$$

50秒でトンネルと列車の長さ分を進むから、

$$50y=1100+x\cdots\textcircled{2}$$

①、②を連立方程式にして解くと、 $x=150$ 、 $y=25$

問題4 (1) 食塩水の量の関係から、 $x+y=800$

$$\text{食塩の量の関係から、}\frac{7}{100}x+\frac{15}{100}y=\frac{10}{100}\times 800$$

(2) (1)の連立方程式を解いて、 $x=500$ 、 $y=300$

問題5 80%の合金を x g、30%の合金を y g混ぜる

$$\text{とする。}\begin{cases} x+y=500 \\ \frac{80}{100}x+\frac{30}{100}y=\frac{50}{100}\times 500 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=200$ 、 $y=300$

問題6 (1) 昨年度の男子を x 人、女子を y 人とする。

$$\begin{cases} x+y=490 \\ 0.05x-0.02y=7 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=240$ 、 $y=250$

別解 今年度の生徒数は、男子が $1.05x$ 人、女子が $0.98y$ 人で、全体では $490+7=497$ (人)だから、 $1.05x+0.98y=497$ という方程式を作ってもよい。

(2) 男子は、 $240\times(1+0.05)=252$ (人)

女子は、 $250\times(1-0.02)=245$ (人)

問題7 5月の男子の利用者数を x 人、女子の利用者

$$\text{数を}\mathit{y}\text{人とする。}\begin{cases} x+y=500 \\ 0.2x+0.1y=72 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=220$ 、 $y=280$

6月の男子は、 $220\times(1+0.2)=264$ (人)

6月の女子は、 $280\times(1+0.1)=308$ (人)

問題8 はじめに兄は x 円、弟は y 円持っていたとする。

$$\begin{cases} \frac{2}{3}x+\frac{1}{2}y=2000 \\ \frac{1}{2}y=\frac{1}{3}x+200 \end{cases}$$

これを解いて、 $x=1800$ 、 $y=1600$

問題9 Aが x 円、Bが y 円出したとする。

$$\begin{cases} x+y=7000 \\ 6000-x=2(4000-y) \end{cases}$$

これを解いて、 $x=4000$ 、 $y=3000$

連立方程式とその解

2つの文字をふくむ1次方程式を2元1次方程式^{にんりつ}といい, 2元1次方程式を成り立たせる文字の値の組をその2元1次方程式の解という。2元1次方程式の解は無数にある。

2つ以上の方程式を組み合わせたものを連立方程式^{れんりつ}という。連立方程式のなかのどの方程式も成り立たせるような文字の値の組をその連立方程式の解^{かい}といい, 解を求めることを連立方程式を解く^とという。

例題 1

x, y が自然数のとき, 次の問いに答えなさい。

(1) 2元1次方程式 $x+y=7$ の解を右の表にまとめなさい。

(2) 2元1次方程式 $4x+y=13$ の解を右の表にまとめなさい。

(3) 連立方程式 $\begin{cases} x+y=7 \\ 4x+y=13 \end{cases}$ の解を求めなさい。

(1)

x	1	2	3	4	5	6
y						

(2)

x	1	2	3
y			

問題 1 下の①～④の x, y の値の組について, 次の問いに答えなさい。

① $x=8, y=1$ ② $x=-1, y=2$ ③ $x=3, y=-1$ ④ $x=-2, y=-3$

□(1) 2元1次方程式 $2x-5y=11$ の解となるものをすべて選び出し, 番号で答えなさい。

□(2) 連立方程式 $\begin{cases} 2x-5y=11 \\ 3x+4y=5 \end{cases}$ の解となるものを番号で答えなさい。

連立方程式の解き方(加減法)

ある文字をふくむ2つの方程式から, その文字をふくまない1つの方程式をつくることを, その文字を消去^{しょうきょ}するという。

連立方程式で, 2つの方程式の左辺どうし, 右辺どうしを加えたりひいたりして, 1つの文字を消去する方法を加減法^{かげんぽう}という。

$$\begin{array}{rcl} & A=B & A=B \\ +) & C=D & -) & C=D \\ \hline & A+C=B+D & , & A-C=B-D \end{array}$$

例題 2

次の連立方程式を解きなさい。

(1) $\begin{cases} 3x-y=8 \cdots \cdots ① \\ x+y=4 \cdots \cdots ② \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x+5y=3 \cdots \cdots ① \\ 2x-3y=11 \cdots \cdots ② \end{cases}$

中2数学

夏期講習スタート講座

中2数学 夏期講習スタート講座

会 員 番 号	氏 名
ク ラ ス	T E L

発 行 市進教育グループ

(不許複製禁転載)

市進教育グループ